Argomento 2

- Lezione 3
- Lezione 4

Francesca Apollonio

Dipartimento Ingegneria Elettronica

E-mail: apollonio@die.uniroma1.it

Proprietà EM dei mezzi materiali

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

Eq di Maxwell nel vuoto

$+$

$$\nabla \cdot J = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

Eq di continuità della corrente

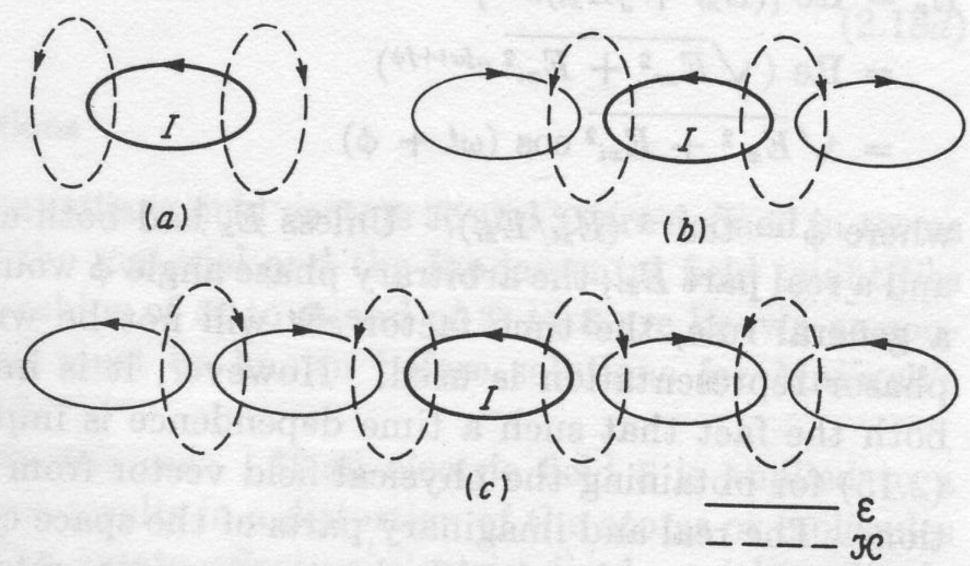


Fig. 2.2 The growth or generation of an electromagnetic wave from a current loop.

Propagazione del campo elettromagnetico

Proprietà EM dei mezzi materiali

dominio del tempo

$$\nabla\times\mathbf{E}=-\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\nabla\times\mathbf{H}=\frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t}+\mathbf{J}$$

$$\nabla\cdot J=-\frac{\partial\rho}{\partial t}$$

$$\nabla\cdot\mathbf{D}=\rho$$

$$\nabla\cdot\mathbf{B}=0$$

Eq di Maxwell

Sistema di 2 eq vettoriali + 1 scalare
in 6 funz scalari incognite + 1 scalare:
7 eq scalari $\times$ 16 incognite scalari

mancano 9 equazioni scalari

Peraltro le eq. di Maxwell non contengono alcuna info sulle proprietà del mezzo. Questo sotto l'azione del campo si polarizza e, se è conduttore, viene attraversato da correnti di conduzione

vuoto

$$\boldsymbol{D}(\boldsymbol{r},t)=\varepsilon_0\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)$$

$$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t)=\mu_0\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r},t)$$

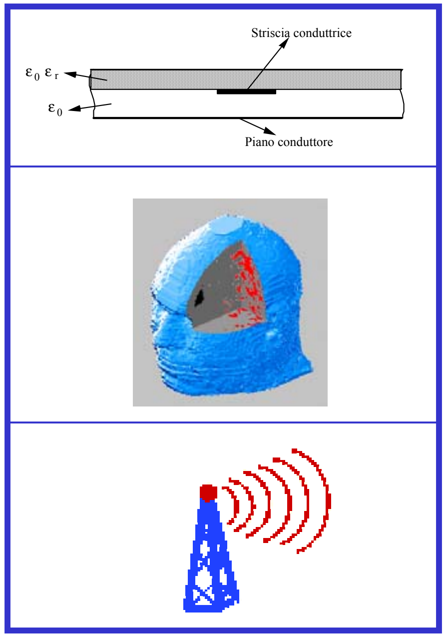
$$\boldsymbol{J}(\boldsymbol{r},t)=0$$

$$\varepsilon_0=\frac{10^{-9}}{36\pi}\left(\frac{Farad}{m}\right)\qquad \mu_0=4\pi10^{-7}\left(\frac{Henry}{m}\right)$$

$$c=\frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}\cong 3\cdot10^{8}\,m/s$$

Proprietà EM dei mezzi materiali

E, H



P, J-> **D** funzione di **E**

M-> **B** funzione di **H**

Cause ***Mezzo*** ***Effetti***

Proprietà di un mezzo:

- Linearità (L)
- Stazionarietà (S)
- Omogeneità (O)
- Isotropia (I)
- Non dispersività (nonD)

apollonio@die.uniroma1.it

Classificazione dei mezzi

Mezzi non in movimento: ogni effetto è determinato da una singola causa

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}(\mathbf{E}) \qquad \mathbf{M} = \mathbf{M}(\mathbf{H}) \qquad \mathbf{J} = \mathbf{J}(\mathbf{E})$$

1. **Mezzi lineari (Linearità L)**
   La relazione tra causa ed effetto è lineare $\mathbf{P}(\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2) = \mathbf{P}(\mathbf{E}_1) + \mathbf{P}(\mathbf{E}_2)$
   (vale il principio di sovrapposizione degli effetti)
2. **Mezzi stazionari (Stazionarietà S)**
   Le caratteristiche sono indipendenti dal tempo $\forall\, t_1, t_2 : \mathbf{E}(t_1) = \mathbf{E}(t_2) \Rightarrow \mathbf{P}(t_1) = \mathbf{P}(t_2)$
3. Mezzi omogenei (Omogeneità O)
   Le caratteristiche sono indipendenti dal punto $\forall\, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2 : \mathbf{E}(\mathbf{r}_1) = \mathbf{E}(\mathbf{r}_2) \Rightarrow \mathbf{P}(\mathbf{r}_1) = \mathbf{P}(\mathbf{r}_2)$
4. Mezzi isotropi (Isotropia I)
   Le caratteristiche sono indipendenti dalla direzione del vettore 'causa'
   $\forall\, (\mathbf{r}, t \ ),\ \mathbf{E} \Rightarrow \mathbf{P}(\mathbf{r}, t) \,/\!/\, \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$
5. Mezzi non dispersivi temporalmente (nonD)
   L'effetto dipende dalla causa solo nell'istante considerato (e non in istanti precedenti)
   $\forall\, t \Rightarrow \mathbf{P}(t) = f_1\left[\mathbf{E}(t)\right]$
6. Mezzi non dispersivi spazialmente (nonDs)
   L'effetto dipende dalla causa solo nel punto considerato (e non in punti circostanti)
   $\forall\, \mathbf{r} \Rightarrow \mathbf{P}(\mathbf{r}) = f_2\left[\mathbf{E}(\mathbf{r})\right]$

apollonio@die.uniroma1.it

Relazioni costitutive del mezzo

$$\mathbf{D}(\mathbf{r},t) = \varepsilon_0 \mathbf{E}(\mathbf{r},t) + \mathbf{P}(\mathbf{r},t)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r},t) = \mu_0 \mathbf{H}(\mathbf{r},t) + \mathbf{M}(\mathbf{r},t)$$

Intensità di polarizzazione elettrica (C/m^2)

Intensità di polarizzazione magnetica (Wb/m^2)

$\mathbf{J}(\mathbf{r},t) \neq 0$ Mezzo dissipativo

$\mathbf{J}(\mathbf{r},t) = 0$ Mezzo non dissipativo

apollonio@die.uniroma1.it

Relazioni costitutive – Mezzo L.S.O.I.nonD.

$$\boldsymbol{P}(\mathbf{r},t)=\varepsilon_0\chi\,\boldsymbol{E}(\mathbf{r},t)$$

$$\boldsymbol{M}(\mathbf{r},t)=\mu_0\chi_m\boldsymbol{H}(\mathbf{r},t)$$

per un mezzo dissipativo

$$\boldsymbol{J}(\mathbf{r},t)=\sigma\,\boldsymbol{E}(\mathbf{r},t)$$

$$\varepsilon=\varepsilon_0(1+\chi)=\varepsilon_0\varepsilon_r$$

$$\boldsymbol{D}(\mathbf{r},t)=\varepsilon_0(1+\chi)\boldsymbol{E}(\mathbf{r},t)$$

$$\boldsymbol{B}(\mathbf{r},t)=\mu_0(1+\chi_m)\boldsymbol{H}(\mathbf{r},t)$$

$$\mu=\mu_0(1+\chi_m)=\mu_0\mu_r$$

$$\boldsymbol{D}(\mathbf{r},t)=\varepsilon_0\varepsilon_r\boldsymbol{E}(\mathbf{r},t)$$

$$\boldsymbol{B}(\mathbf{r},t)=\mu_0\mu_r\boldsymbol{H}(\mathbf{r},t)$$

$$\boldsymbol{J}(\mathbf{r},t)=\sigma\,\boldsymbol{E}(\mathbf{r},t)$$

Esempio

$$\varepsilon_0=\frac{10^{-9}}{(36\pi)}\,(F/m)\qquad \varepsilon_r\big|_{H_2O}=80\ (\textit{fino a } 100MHz)$$

$$\mu_0=4\pi 10^{-7}\,(H/m)\qquad \mu_r\big|_{H_2O}=1$$

apollonio@die.uniroma1.it

Relazioni costitutive – Mezzo L.S.O.I.nonD.

costante dielettrica o permettività assoluta (scalare, costante)

suscettività elettrica

costante dielettrica o permettività relativa, adimensionale (scalare, costante)

$$\varepsilon = \varepsilon_0 (1 + \chi) = \varepsilon_0 \varepsilon_r$$

$$\mu = \mu_0 (1 + \chi_m) = \mu_0 \mu_r$$

permeabilità relativa, adimensionale (scalare, costante)

permeabilità assoluta (scalare, costante)

suscettività magnetica

$$J(\mathbf{r},t) = \sigma\, \mathbf{E}(\mathbf{r},t)$$

$$\sigma = 0$$

dielettrico ideale

conducibilità (S/m) scalare costante

apollonio@die.uniroma1.it

Relazioni costitutive – Altri mezzi materiali

- ***Nella maggior parte delle applicazioni EM è possibile trascurare le <u>non-linearità</u> del mezzo (i campi sono sufficientemente deboli)***

- ***La <u>dispersività spaziale</u> è un effetto che raramente ha importanza***

- ***La <u>dispersività temporale</u> assume importanza notevole quando i tempi che caratterizzano le variazioni dei campi diventano paragonabili ai tempi che caratterizzano la risposta del mezzo (tipicamente nell'intervallo di frequenze delle microonde).***

Relazioni costitutive – Altri mezzi materiali

$$\boldsymbol{D}(\boldsymbol{r},t)=\varepsilon_0\varepsilon_r(\boldsymbol{r})\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)$$
$$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t)=\mu_0\mu_r(\boldsymbol{r})\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r},t)$$
$$\boldsymbol{J}(\boldsymbol{r},t)=\sigma(\boldsymbol{r})\,\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)$$

$\Rightarrow$ L-S-**nonO**-I-nonD

$\varepsilon,\mu,\sigma:$ *funzioni di punto*

$$\boldsymbol{D}(\boldsymbol{r},t)=\varepsilon_0\underline{\varepsilon}_r\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)$$
$$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t)=\mu_0\underline{\mu}_r\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r},t)$$
$$\boldsymbol{J}(\boldsymbol{r},t)=\underline{\sigma}\,\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)$$

$\Rightarrow$ L-S-O-**anisotropo**-nonD

$$\begin{bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} (\varepsilon_r)_{xx} & (\varepsilon_r)_{xy} & (\varepsilon_r)_{xz} \\ (\varepsilon_r)_{yx} & (\varepsilon_r)_{yy} & (\varepsilon_r)_{yz} \\ (\varepsilon_r)_{zx} & (\varepsilon_r)_{zy} & (\varepsilon_r)_{zz} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix}$$

$\varepsilon,\mu,\sigma:$

cos tan *ti diadiche*

$$\boldsymbol{D}(\boldsymbol{r},t)=\int_{-\infty}^{+\infty}\varepsilon(t,t')\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t')\,dt'$$

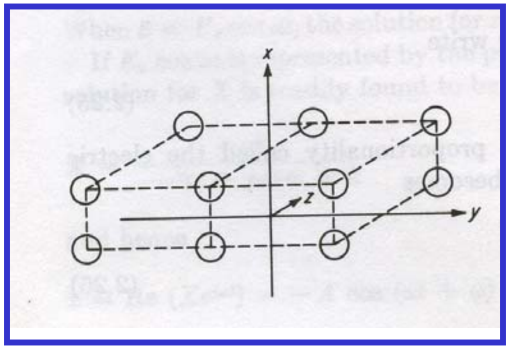
$\Rightarrow$ L-**nonS**-O-I-**dispersivo**

$$\boldsymbol{D}(\boldsymbol{r},t)=\int_{-\infty}^{+\infty}\varepsilon(t-t')\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t')\,dt'=\varepsilon(t)\otimes\boldsymbol{E}(t)$$

L-S-O-I-**dispersivo**

Relazioni costitutive – Altri mezzi materiali

Anisotropia



Caso particolare

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t)=\mathbf{x_{01}}E_1(\mathbf{r},t)$$ ← *Causa in una direzione*

$$\mathbf{D}(\mathbf{r},t)=\varepsilon_{11}\mathbf{x_{01}}E_1(\mathbf{r},t)+\varepsilon_{21}\mathbf{x_{02}}E_1(\mathbf{r},t)+\varepsilon_{31}\mathbf{x_{03}}E_1(\mathbf{r},t)$$ ← *Effetto non parallelo*

Caso generale

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t)=\sum_{j=1}^{3}\mathbf{x_{0j}}E_j(\mathbf{r},t) \qquad E_j(\mathbf{r},t)=\mathbf{x_{0j}}\cdot\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$$

$$\mathbf{D}(\mathbf{r},t)=\sum_{j=1}^{3}\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{j}}E_j(\mathbf{r},t)=\sum_{j=1}^{3}\sum_{i=1}^{3}\varepsilon_{ij}\mathbf{x_{0i}}E_j(\mathbf{r},t)=\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}\varepsilon_{ij}\mathbf{x_{0i}}\left[\mathbf{x_{0j}}\cdot\mathbf{E}(\mathbf{r},t)\right]=\underline{\underline{\varepsilon}}\cdot\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$$

$$\boxed{\begin{bmatrix}D_x\\D_y\\D_z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}(\varepsilon_r)_{xx} & (\varepsilon_r)_{xy} & (\varepsilon_r)_{xz}\\(\varepsilon_r)_{yx} & (\varepsilon_r)_{yy} & (\varepsilon_r)_{yz}\\(\varepsilon_r)_{zx} & (\varepsilon_r)_{zy} & (\varepsilon_r)_{zz}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}E_x\\E_y\\E_z\end{bmatrix}}$$

apollonio@die.uniroma1.it

Relazioni costitutive – Altri mezzi materiali

Dispersività temporale

t: istante di osservazione dell'effetto

t': istante, variabile di applicazione della causa

$$\mathbf{D}(\mathbf{r},t) = \int_{-\infty}^{t} \varepsilon(t,t')\,\mathbf{E}(\mathbf{r},t')\,dt'$$

Inerzia delle strutture atomiche

Ipotesi di causalità

$$\varepsilon(t,t') = 0 \quad t' > t$$

$$\mathbf{D}(\mathbf{r},t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varepsilon(t,t')\,\mathbf{E}(\mathbf{r},t')\,dt'$$

Mezzo dispersivo e stazionario

$$\boldsymbol{D}(\mathbf{r},t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varepsilon(t-t')\,\boldsymbol{E}(\mathbf{r},t')\,dt' = \varepsilon(t) \otimes \boldsymbol{E}(t)$$

Integrale di convoluzione

apollonio@die.uniroma1.it

Relazioni costitutive – mezzi dispersivi

oblema

.1 Per deboli valori del campo elettrico e per variazioni temporali non troppo veloci, ıtensità di polarizzazione elettrica dei dielettrici polari (per esempio l'acqua) soddisfa ıquazione

$$\tau \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial t} + \mathcal{P} = \epsilon_0 \chi_e \mathcal{E} \tag{1.18}$$

ve τ rappresenta il *tempo di rilassamento* del dielettrico polare e χ_e è la *suscettività* *trica*. Determinare l'equazione costitutiva che collega i vettori $\mathcal{D}$ ed $\mathcal{E}$, e dire sotto le condizione il dielettrico può essere considerato come un mezzo senza memoria.

1.2.1 Poiché $\mathcal{P} = \mathcal{D} - \epsilon_0 \mathcal{E}$ dalla (1.18) si ottiene

$$\tau \frac{\partial \left(\mathcal{D} - \epsilon_0 \mathcal{E}\right)}{\partial t} + \mathcal{D} - \epsilon_0 \mathcal{E} = \epsilon_0 \chi_e \mathcal{E}$$

e quindi

$$\tau \frac{\partial \mathcal{D}}{\partial t} + \mathcal{D} = \tau \epsilon_0 \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} + \epsilon_0 \epsilon_r \mathcal{E} \tag{1.69}$$

dove $\epsilon_r = \chi_e + 1$.

Il dielettrico può essere considerato come un mezzo senza memoria quando le derivate temporali possono essere trascurate, e cioè quando le variazioni del campo sono talmente lente da poter essere trascurate nel tempo τ. In queste condizioni, in pratica, la polarizzazione si adegua istantaneamente alle variazioni del campo elettrico e l'equazione costitutiva assume la forma (1.14).

apollonio@die.uniroma1.it

Relazioni costitutive – Altri mezzi materiali

dominio della frequenza

Vuoto

$$\mathbf{D}(\mathbf{r},\omega)=\varepsilon_0\mathbf{E}(\mathbf{r},\omega)$$
$$\mathbf{B}(\mathbf{r},\omega)=\mu_0\mathbf{H}(\mathbf{r},\omega)$$
$$\mathbf{J}(\mathbf{r},\omega)=0$$

L-S-O-I-ND

costanti

$$\mathbf{D}(\mathbf{r},\omega)=\varepsilon_0\varepsilon_r\mathbf{E}(\mathbf{r},\omega)$$
$$\mathbf{B}(\mathbf{r},\omega)=\mu_0\mu_r\mathbf{H}(\mathbf{r},\omega)$$
$$\mathbf{J}(\mathbf{r},\omega)=\sigma\mathbf{E}(\mathbf{r},\omega)$$

L-S-nonO-I-ND

$$\mathbf{D}(\mathbf{r},\omega)=\varepsilon(\mathbf{r})\mathbf{E}(\mathbf{r},\omega)$$
$$\mathbf{B}(\mathbf{r},\omega)=\mu(\mathbf{r})\mathbf{H}(\mathbf{r},\omega)$$
$$\mathbf{J}(\mathbf{r},\omega)=\sigma(\mathbf{r})\mathbf{E}(\mathbf{r},\omega)$$

funzioni scalari di punto, reali e ind da ω

L-S-O-nonI-ND

$$\mathbf{D}(\mathbf{r},\omega)=\underline{\underline{\varepsilon}}\cdot\mathbf{E}(\mathbf{r},\omega)$$
$$\mathbf{B}(\mathbf{r},\omega)=\underline{\underline{\mu}}\cdot\mathbf{H}(\mathbf{r},\omega)$$
$$\mathbf{J}(\mathbf{r},\omega)=\underline{\underline{\sigma}}\cdot\mathbf{E}(\mathbf{r},\omega)$$

diadici, reali e ind da ω

L-S-O-I-D

$$\mathbf{D}(\mathbf{r},\omega)=\varepsilon(\omega)\mathbf{E}(\mathbf{r},\omega)$$
$$\mathbf{B}(\mathbf{r},\omega)=\mu(\omega)\mathbf{H}(\mathbf{r},\omega)$$
$$\mathbf{J}(\mathbf{r},\omega)=\sigma(\omega)\mathbf{E}(\mathbf{r},\omega)$$

*funzioni **complesse** di ω*

$$\varepsilon(\omega)=\varepsilon_R(\omega)+j\varepsilon_J(\omega)$$

ω*: pulsazione del campo EM applicato*

apollonio@die.uniroma1.it

Relazioni costitutive – Altri mezzi materiali

dominio della frequenza

L-S-O-I-D

$$\mathbf{D}(\mathbf{r},\omega)=\varepsilon(\omega)\mathbf{E}(\mathbf{r},\omega)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r},\omega)=\mu(\omega)\mathbf{H}(\mathbf{r},\omega)$$

$$\mathbf{J}(\mathbf{r},\omega)=\sigma(\omega)\mathbf{E}(\mathbf{r},\omega)$$

*funzioni **complesse** di* ω

$$\varepsilon(\omega)=\varepsilon_R(\omega)+j\varepsilon_J(\omega)$$

$$\varepsilon(\omega)=\varepsilon_0(\underbrace{\varepsilon'(\omega)}_{\varepsilon_R(\omega)}-j\underbrace{\varepsilon''(\omega)}_{\varepsilon_J(\omega)})$$

$$\mu(\omega)=\mu_0(\underbrace{\mu'(\omega)}_{\mu_R(\omega)}-j\underbrace{\mu''(\omega)}_{\mu_J(\omega)})$$

In questo caso ε *e* μ *prendono il nome di permeabilità complesse elettrica e magnetica. Attraverso* ε *si tiene conto non solo della polarizzabilità elettrica dei materiali ma anche della loro conducibilità.*

$$\varepsilon_c(\omega)=\varepsilon(\omega)+\frac{\sigma}{j\omega}=\varepsilon_0\left(\varepsilon'(\omega)-j\varepsilon''(\omega)+\frac{\sigma}{j\omega\varepsilon_0}\right)$$

permeabilità elettrica complessa

Dispersività - Esempi

<u>*MEZZI DIELETTRICI*</u> $$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_0\left(\varepsilon'(\omega) - j\varepsilon''(\omega)\right)$$

<u>Esempio 1</u>: dielettrici polari, il caso dell'acqua

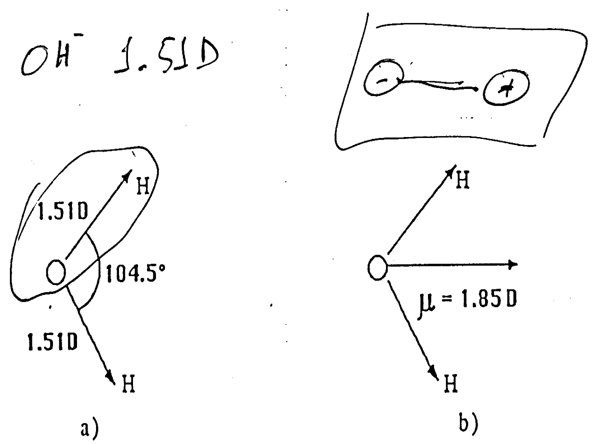
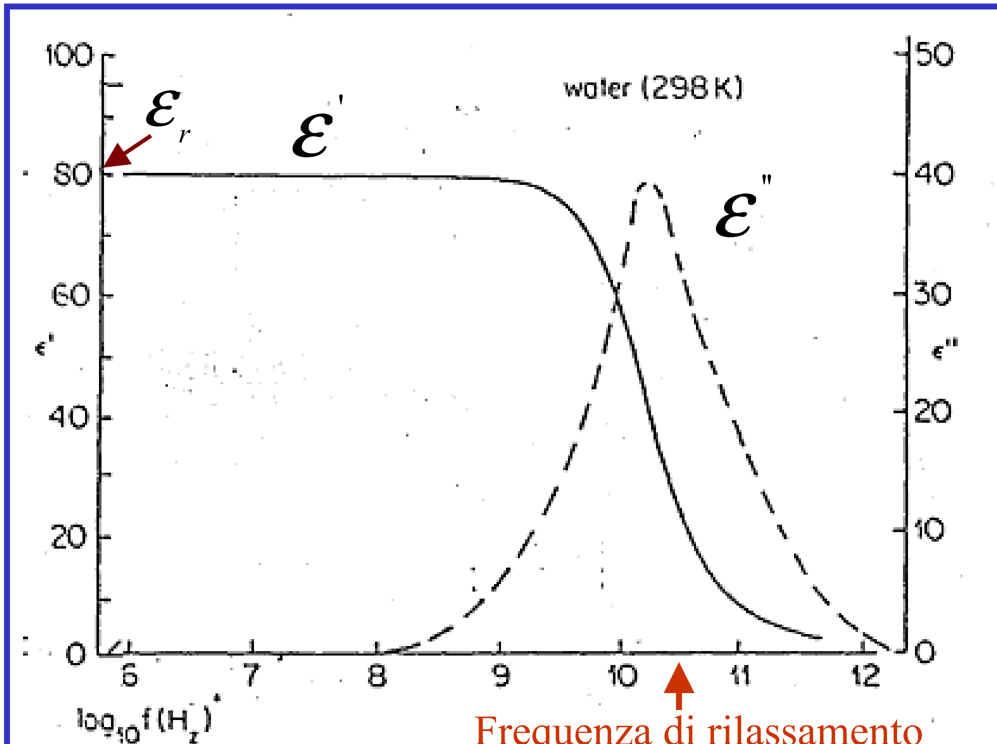


Fig.6. Isolated water molecule's dipole moment.



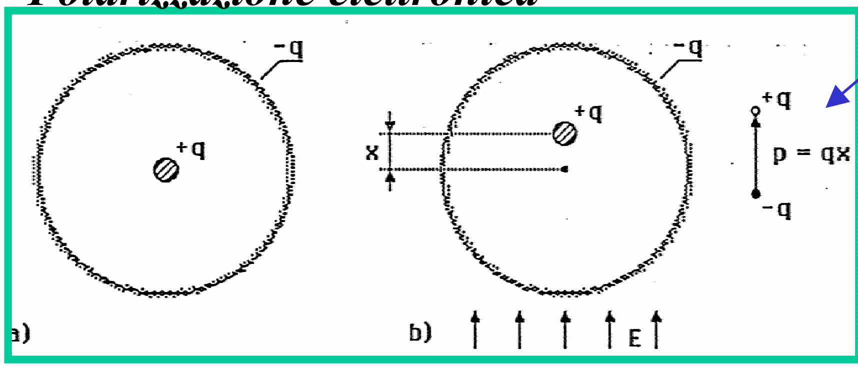
<u>Esempio 2</u>: dielettrici non polari.

La dispersività diviene importante solo quando la f del campo è dell'ordine di migliaia di GHz (frequenza di risonanza delle strutture atomiche)

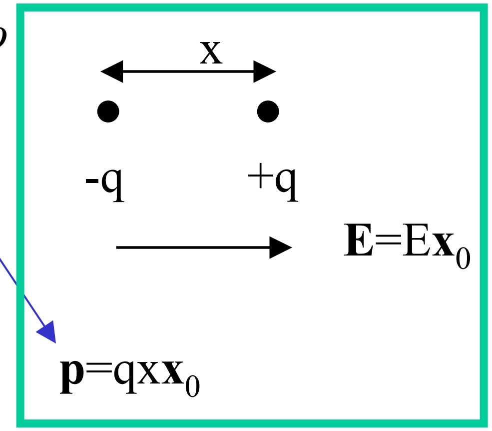
apollonio@die.uniroma1.it

Dispersività – Esempi
Dielettrico dispersivo non polare

Polarizzazione elettronica



Momento di dipolo



Polarizzazione atomica

Se abbiamo N dipoli uguali per unità di volume, il vettore intensità di polarizzazione elettrica P è dato da: $\mathbf{P} = Nqx\,\mathbf{x}_0$

Per ricavare la relazione tra ***P*** *ed* ***E*** *consideriamo il movimento della carica –q rispetto alla carica +q. Tale movimento si svolge nella direzione* $\mathbf{x}_0$ *del campo elettrico applicato ma nel verso opposto. Lo spostamento avviene sotto l'azione delle forze seguenti:*

a) *Forza di Coulomb* $-qE\mathbf{x}_0$

b) *Forza di richiamo (elastica)* $kx\mathbf{x}_0$

c) *Forza di smorzamento (dovuta alle collisioni)* $\beta\, dx/dt\, \mathbf{x}_0$

$$\mathbf{F} = ma$$

$$-m\frac{d^2x}{dt^2} = -q\mathbf{E} + kx + \beta\frac{dx}{dt}$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2}+\beta\frac{dx}{dt}+kx=qE(t)$$

$\times Nq$

$$P = Nqx$$

$$m\frac{d^2P(t)}{dt^2}+\beta\frac{dP(t)}{dt}+kP(t)=Nq^2E(t)$$

dominio frequenza

$$(-m\omega^2+j\beta\omega+k)P(\omega)=Nq^2E(\omega)$$

$$\omega_0=\sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\alpha=\frac{\beta}{2m}$$

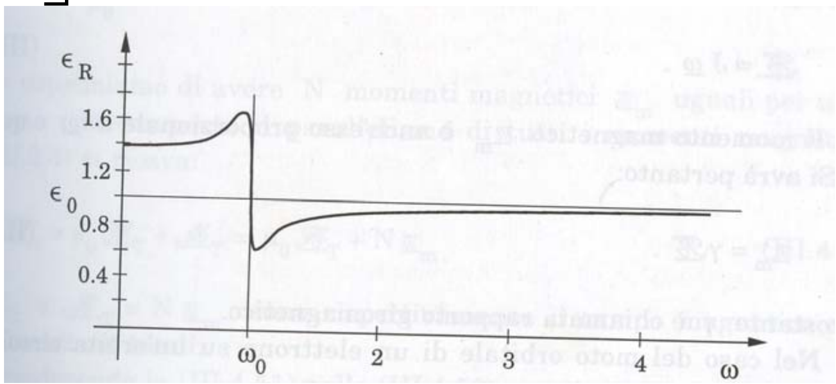
$$P(\omega)=\frac{Nq^2E(\omega)}{k-m\omega^2+j\beta\omega}=\frac{Nq^2}{m}\frac{1}{(\omega_0^2-\omega^2)+2j\alpha\omega}E(\omega)$$

Dispersività – Esempi
Dielettrico dispersivo non polare

$$\mathbf{D}(\omega) = \varepsilon_0 \mathbf{E}(\omega) + \mathbf{P}(\omega)$$

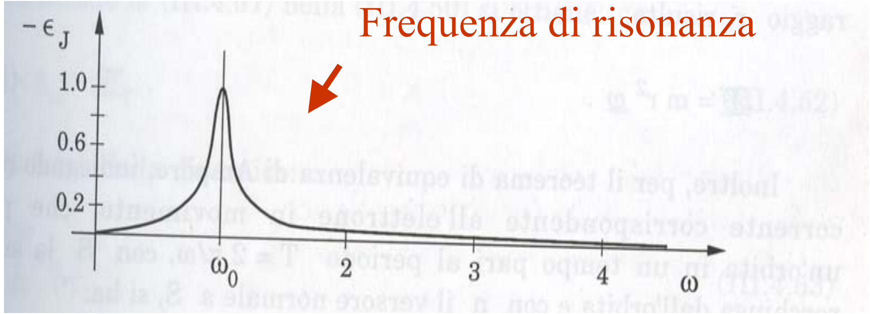
$$\mathbf{D}(\omega) = \left[\varepsilon_0 + \frac{Nq^2}{m} \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2) + 2j\alpha\omega} \right] \mathbf{E}(\omega) = \varepsilon(\omega)\mathbf{E}(\omega)$$

$$\varepsilon_R(\omega) = \varepsilon_0 + \frac{Nq^2}{m} \frac{(\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\alpha^2\omega^2}$$



Frequenza di risonanza

$$\varepsilon_J(\omega) = -\frac{Nq^2}{m} \frac{2\alpha\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\alpha^2\omega^2}$$



Dispersività – Esempi

Dielettrico dispersivo non polare

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \qquad \alpha = \frac{\beta}{2m}$$

1 bassa frequenza

$$\omega << \omega_0 \qquad \varepsilon_R(\omega) \cong \varepsilon_0 + \frac{Nq^2}{m\omega_0^2}$$

$$\varepsilon_j(\omega) \cong 0$$

2 alta frequenza

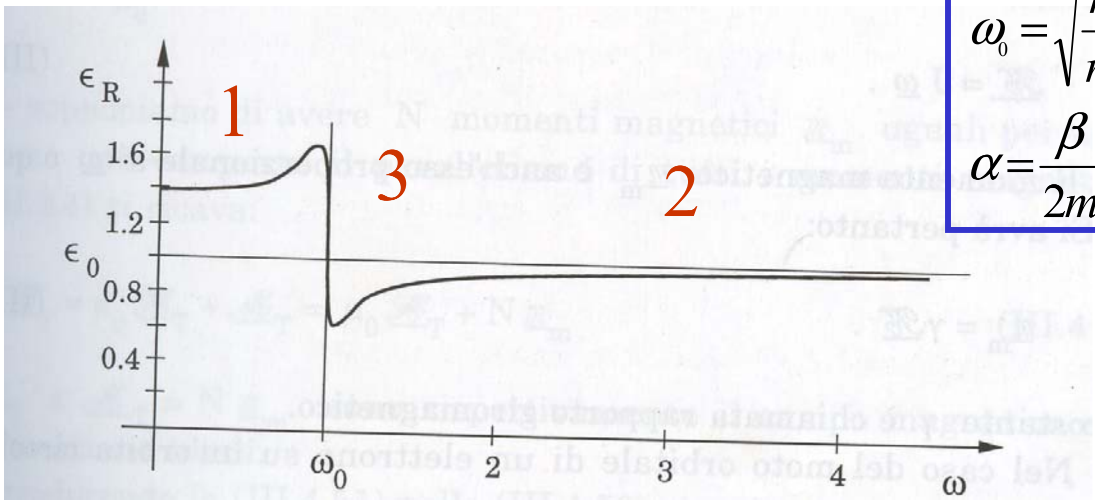
$$\omega >> \omega_0 \qquad \varepsilon_R(\omega) \cong \varepsilon_0 - \frac{Nq^2}{m\omega^2}$$

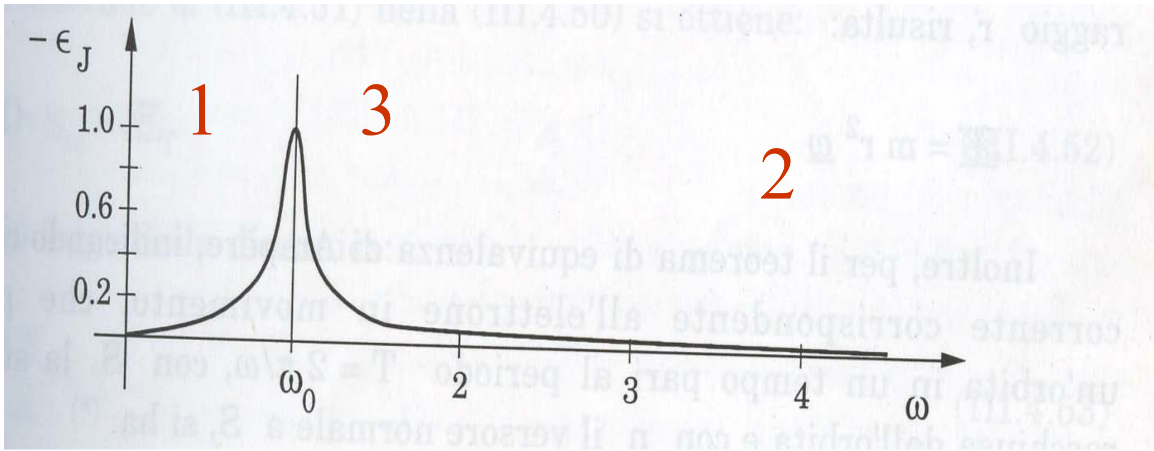
$$\varepsilon_j(\omega) \cong 0$$

3 risonanza

$$\omega \cong \omega_0 \qquad \varepsilon_R(\omega) \cong \varepsilon_0 + \frac{Nq^2}{2m\omega_0}\frac{\omega_0 - \omega}{(\omega_0 - \omega)^2 + \alpha^2}$$

$$\varepsilon_j(\omega) \cong -\frac{Nq^2}{2m\omega_0}\frac{\alpha}{(\omega_0 - \omega)^2 + \alpha^2}$$

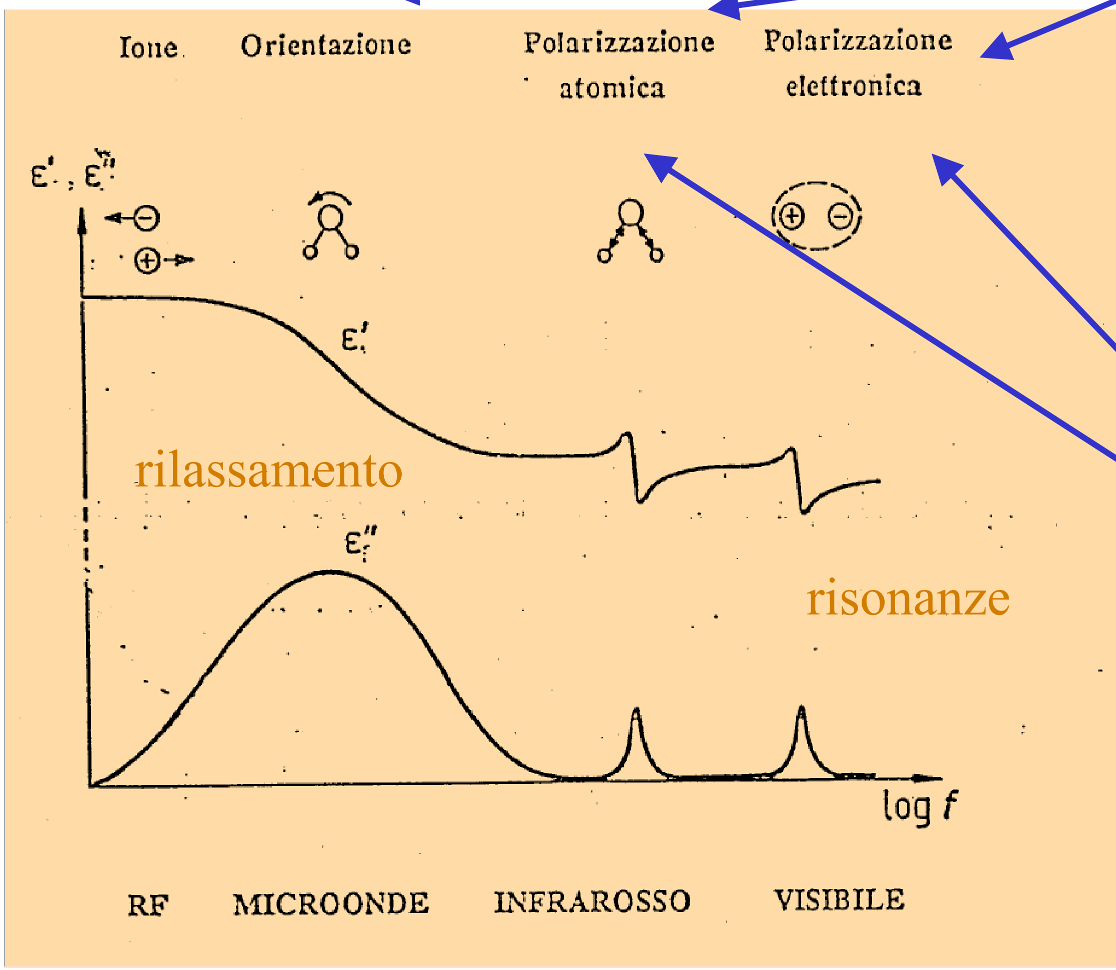




apollonio@die.uniroma1.it

Dispersività dei dielettrici

dielettrici polari



dielettrici non polari

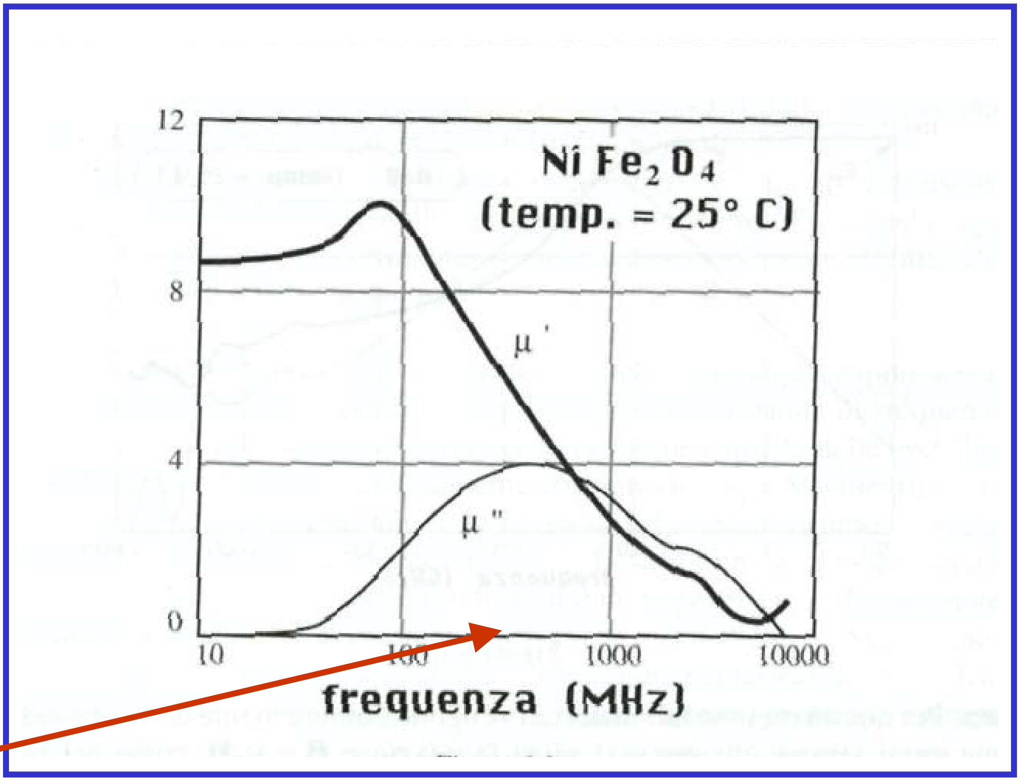
apollonio@die.uniroma1.it

Dispersività - Esempi

MEZZI MAGNETICI
(ferriti)

$$\mu(\omega) = \underbrace{\mu_0(\mu'(\omega)}_{\mu_R(\omega)} - \underbrace{j\mu''}_{\mu_J(\omega)}(\omega))$$

Esempio:
ferrite al nichel



Frequenza di rilassamento (MHz)

apollonio@die.uniroma1.it

Dispersività - Esempi

MEZZI CONDUTTORI $\quad J = \sigma E$

Tabella 6.1

Materiale	*Conducibilità in S/m (a 20°C)*
Argento	6.289×10^{7}
Rame	5.714×10^{7}
Alluminio	$3.3 \times 10^{7} - 3.57 \times 10^{7}$
Bronzo	$4.0 \times 10^{7} - 5.5 \times 10^{7}$

I valori di conducibilità sono così elevati che il secondo termine prevale sul primo (che è dell'ordine di ε_o=8.86 10^{-12} F/m) fino a frequenze dell'ordine di migliaia di GHz.

$$\varepsilon_c(\omega) = \varepsilon(\omega) + \frac{\sigma}{j\omega}$$

$$\boxed{\varepsilon_c(\omega) \approx \frac{\sigma}{j\omega}}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_i + j\omega\varepsilon_c\mathbf{E} = \mathbf{J}_i + j\omega\varepsilon_0\varepsilon'\mathbf{E} + \left(\sigma + \omega\varepsilon_0\varepsilon''\right)\mathbf{E} \qquad \sigma + \omega\varepsilon_0\varepsilon'' >> \omega\varepsilon_0\varepsilon'$$

Ricapitolando

Misura di quanto il mezzo scherma rispetto al campo elettrico

MEZZI DIELETTRICI $\Rightarrow$ $\varepsilon ->$

Costante	per L-S-O-I-nonD
Funzione di punto	per L-S-NO-I-nonD
Diade	per L-S-O-NI-nonD
Funzione complessa di ω	per L-S-O-I-D

Misura di quanto il mezzo scherma rispetto al campo magnetico

MEZZI MAGNETICI $\Rightarrow$ $\mu ->$

Costante	per L-S-O-I-nonD
Funzione di punto	per L-S-NO-I-nonD
Diade	per L-S-O-NI-nonD
Funzione complessa di ω	per L-S-O-I-D

Misura di quanto il mezzo sia dissipativo (presenza di perdite)

MEZZI CONDUTTORI $\Rightarrow$ $\sigma ->$

Costante	per L-S-O-I-nonD
Funzione di punto	per L-S-NO-I-nonD
Diade	per L-S-O-NI-nonD
Funzione complessa di ω	per L-S-O-I-D

$$\varepsilon_c = \varepsilon + \frac{\sigma}{j\omega}$$

apollonio@die.uniroma1.it